

Abb. 1. Auszug aus dem  $^{169}\text{Tm}$ -Termschema mit den vier intensivsten  $\gamma$ -Übergängen <sup>7, 8</sup>.

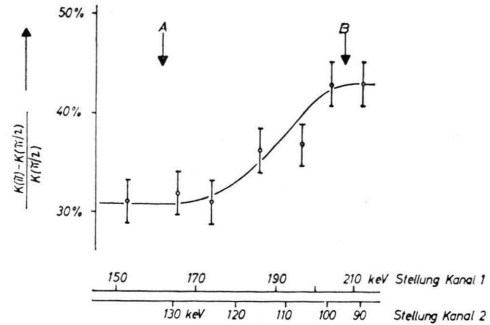


Abb. 2. „Anisotropie“ als Funktion der Einstellung der Kanäle der beiden Spektrometer.

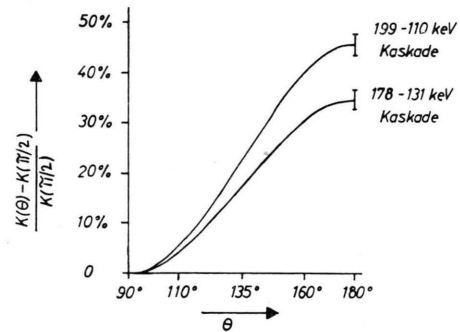


Abb. 3. „Winkelkorrelationen“ der 199 keV - 110 keV-Kaskade und der 178 keV - 131 keV-Kaskade.

Um die Richtigkeit dieser Zuordnung zu prüfen, wurden die Winkelkorrelationen der beiden  $\gamma$ -Kaskaden mit zwei in Koinzidenz geschalteten Szintillations-Einkanalspektrometern untersucht (Koinzidenzauflösungszeit:  $6 \cdot 10^{-9}$  sec). Die Untersuchungen sind dadurch erschwert, daß die  $\gamma$ -Linien 178 keV und 199 keV bzw. 110 keV und 131 keV mit dem Szintillationsspektrometer nicht voneinander getrennt werden können. Die Messungen mußten daher in der Weise vorgenommen werden, daß die Kanäle der beiden Spektrometer jeweils auf die entsprechenden Flanken (110 keV und 199 keV bzw. 131 keV und 178 keV) der beiden nicht aufgelösten Linienpaare 199 keV/178 keV und 131 keV/110 keV eingestellt wurden. Dabei ergab sich, daß die „Anisotropie“ der Koinzidenzrate K in deutlich ausgeprägter Weise von der Einstellung der beiden Kanäle abhängt (Abb. 2). In den beiden Stellungen A und B wurden dann die beiden Winkelkorrelationen vollständig ausgemessen. Das Ergebnis zeigt Abb. 3. Dieses Ergebnis bestätigt die in Abb. 1 angegebene Spin- und Paritätszuordnung; es kann dadurch gedeutet werden, daß die Kaskade 178 keV - 131 keV aus den reinen Übergängen  $M_1 - E_2$  besteht, während man bei der anderen Kaskade für die 199 keV-Linie den gemischten Übergang 80%  $M_1 + 20\%$   $E_2$  und für die 110 keV-Linie den rei-

nen Übergang  $M_1$  annehmen muß, wenn man nicht noch kompliziertere Mischungen in Betracht ziehen will. Einzelheiten der Messung und eine genauere Analyse der Ergebnisse werden in einer demnächst erscheinenden ausführlichen Arbeit diskutiert werden.

Wir danken Herrn Prof. W. WALCHER für sein stets förderndes Interesse und zahlreiche anregende Diskussionen.

- <sup>3</sup> A. W. SUNYAR u. J. W. MIHELICH, Phys. Rev. **81**, 300 [1951].  
<sup>4</sup> DON S. MARTIN JR., ERLING N. JENSEN, FRANCIS J. HUGHES u. R. T. NICHOLS, Phys. Rev. **82**, 579 [1951].  
<sup>5</sup> N. P. HEYDENBURG u. G. M. TEMMER, Phys. Rev. **100**, 150 [1955].

- <sup>6</sup> B. R. MOTTOLSON u. S. G. NILSON, Z. Phys. **141**, 217 [1955].  
<sup>7</sup> SVEN A. E. JOHANSSON, Phys. Rev. **100**, 835 [1955].  
<sup>8</sup> J. M. CORK, M. K. BRICE, D. W. MARTIN, L. C. SCHMID u. R. G. HELMER, Phys. Rev. **101**, 1042 [1956].  
<sup>9</sup> J. W. MIHELICH, T. J. WARD u. K. P. JACOB, Phys. Rev. **103**, 1285 [1956].

## Zur Begründung der Bruecknerschen Theorie des Atomkerns

VON HERMANN KÜMEL

Institut für Theoretische Physik der Freien Universität Berlin  
 (Z. Naturforsch. **12 a**, 85—87 [1957]; eingegangen am 11. Dezember 1956)

VON BETHE<sup>1</sup> ist kürzlich eine ausführliche Darstellung der Theorie von BRUECKNER gegeben worden. Er

leitet sie her, indem er den ganzen Formalismus der Theorie postuliert und zeigt, daß sie unter gewissen Voraussetzungen eine gute Näherung für die Beschreibung mancher Aspekte des wirklichen Atomkernes darstellt. Er gibt auch viele Anregungen für eine praktische Verwertung der Formeln (insbesondere für den unendlichen Kern).

- <sup>1</sup> H. A. BETHE, Phys. Rev. **103**, 1353 [1956]. Dort weitere Literatur.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Wir wollen hier eine kurze Darstellung des Formalismus geben, indem wir, von einer exakten Theorie ausgehend, durch sukzessive Vernachlässigungen (deren Einfluß man sehr gut übersehen kann) die BRUECKNERSchen Gleichungen wirklich ableiten.

Die SCHRÖDINGER-Gleichung des Atomkernes

$$\left( \sum_i \overset{\circ}{H}_i + \sum_{i < k} v_{ik} \right) \psi = E \psi \quad (1)$$

ersetzt man durch ein Modellproblem

$$\left( \sum_i \overset{\circ}{H}_i + \sum_{i < k} \bar{g}_{ik} \right) \chi_0 = E_0 \chi_0 \quad (2)$$

mit zunächst vollkommen willkürlichen  $\bar{g}_{ik}$ . Die „Transformation“  $\psi = F \chi_0$  von  $\chi_0$  zu  $\psi$  vermittelt der Operator

$$F = 1 + \frac{P}{e} \sum_{i < k} (v_{ik} - \bar{g}_{ik}) F_{ik} \quad (3)$$

mit

$$e = E - \overset{\circ}{H} - \sum \bar{g}_{ik}, \quad P \varphi_r = 1 - \delta_{0r}, \\ F_{ik} = 1 + \frac{P}{e} \sum_{\substack{l, m \\ (\neq i, k)}} (g_{lm} - \bar{g}_{lm}) F_{lm}, \quad (4)$$

und

$$g_{ik} = v_{ik} + (v_{ik} - \bar{g}_{ik}) \frac{P}{e} (g_{ik} - \bar{g}_{ik}). \quad (5)$$

Dann gilt (wenn wir einmal von Entartung absehen),

$$\left( \sum_i \overset{\circ}{H}_i + \sum_{i < k} v_{ik} - E \right) \psi \\ = \left( \sum_i \overset{\circ}{H}_i + \sum_{i < k} \bar{g}_{ik} - E \right) \chi_0 + w_1 \chi_0. \quad (6)$$

Die Größe  $w_1$  aus

$$w_1 \chi_0 = (1 - P) \sum (g_{ik} - \bar{g}_{ik}) F_{ik} \chi_0 \\ = \langle \varrho | \sum (g_{ik} - \bar{g}_{ik}) F_{ik} | \varrho \rangle \chi_0 \quad (7)$$

ist also die „Energieverschiebung“. Da  $\bar{g}_{ik}$  völlig willkürlich ist, wird man nach einschränkenden Bedingungen suchen. Folgende Postulate sind naheliegend:

1. Der Unterschied zwischen  $\chi$  und  $\psi$  soll möglichst gering sein (oder damit äquivalent:  $w_1$  soll möglichst klein sein).

2. Das Problem (2) soll praktisch lösbar sein, also z. B. mit der HARTREE-FOCKSchen Näherungsmethode behandelt werden können.

Die Forderung 2 schränkt die Zahl der Matrixelemente von  $\bar{g}_{ik}$  sehr ein: Es dürfen nur solche in der Nähe der Diagonale vorkommen. Die Forderung 1 ist dann optimal erfüllt durch:

$$\bar{g}_{ik} \sim g_{ik}. \quad (8)$$

Das soll heißen: Alle Matrixelemente von  $\bar{g}_{ik}$  sollen den entsprechenden von  $g_{ik}$  gleich sein. Man kann bezweifeln, ob (8) wirklich eine merkliche Verkleinerung des Unterschiedes zwischen  $\chi$  und  $\psi$  oder eine Verkleinerung von  $w_1$  gibt: Denn  $g_{ik}$  hat sehr wenig Matrixelemente im Vergleich zu  $\bar{g}_{ik}$  (wegen Forderung 1). Doch zeigt eine genauere Untersuchung, daß tatsächlich ein spürbarer Gewinn erzielt wird.  $w_1$  wird sogar sehr klein, so daß man es praktisch vernachlässigen kann (s. BETHE, Abschnitt XII).

BETHE setzt (für einen endlichen Kern) nicht genau  $\bar{g}_{ik} \sim g_{ik}$ . Das hat praktische Gründe, macht aber keinen wesentlichen Unterschied für die Ergebnisse.

Die Gln. (3) bis (5) mit (8) sind die „exakten Vorläufer“ der BRUECKNERSchen Theorie. Durch (8) ist (5) zu einer sehr komplizierten nichtlinearen Gleichung geworden. Man versucht sie daher zu vereinfachen: Die BRUECKNERSchen Näherungen erhält man durch Streichung des ersten  $\bar{g}_{ik}$  und des zweiten  $\bar{g}_{ik}$  im Zähler von (5):

$$g_{ik} = v_{ik} + v_{ik} \frac{P}{e} g_{ik}. \quad (9)$$

Damit tritt durch die erste Weglassung der zusätzliche „Fehler“

$$w_2 = - \sum_{i < k} \bar{g}_{ik} \frac{P}{e} (g_{ik} - \bar{g}_{ik}) F_{ik}, \quad (10)$$

durch die zweite der Fehler

$$w_3 = - \sum_{i < k} v_{ik} \frac{P}{e} \bar{g}_{ik} F_{ik} \quad (11)$$

in (6) auf. Diese Gleichung schreibt sich jetzt:

$$\left( \sum_i \overset{\circ}{H}_i + \sum_{i < k} v_{ik} - E \right) \psi \\ = \left( \sum_i \overset{\circ}{H}_i + \sum_{i < k} g_{ik} - E \right) \chi_0 + \sum_{i=1}^3 w_i \chi_0. \quad (12)$$

Die Vernachlässigungen geben einen Fehler von der Größenordnung  $1/A$ , wenn der Kern sich absättigt: Man sieht nämlich leicht, daß  $v_{ik}$  und  $g_{ik}$  um den Faktor  $A$  effektiv größer sind als  $\bar{g}_{ik}$  (durch z. B. eine ähnliche Überlegung wie bei BETHE, Abschnitt VI und unter Verwendung des Impulssatzes). Es macht — neben der logischen Zwangsläufigkeit — den Hauptvorteil dieser Ableitung aus, daß man, von einer exakten Theorie ausgehend, durch Vernachlässigungen, deren Einfluß man sogleich übersieht, zu der BRUECKNERSchen Näherung kommt.

Unser weniger auf die praktische Auswertung gerichteter Standpunkt ist auch von Nutzen bei der Untersuchung der Eigenschaften der „Streumatrix“  $g_{ik}$ . Die von BETHE diskutierte Schwierigkeit, daß  $g_{ik}$  im allgemeinen auch von den angeregten Zuständen der Teilchen  $\neq (i, k)$  abhängt, kommt von selbst heraus, wenn man alle Matrixelemente von  $g_{ik}$  in Betracht

zieht. Man übersieht auch leicht, welchen zusätzlichen Fehler die Ersetzung des Resonanznenners  $e$  in der Integralgleichung (9) für  $g_{ik}$  durch die Differenz der „Einteilchenenergien“ des  $i$ -ten und  $k$ -ten Teilchens nach sich zieht.

Schließlich resultiert aus unserer Ableitung eine einfache Begründung der von WATSON<sup>2</sup> für seine Streutheorie vorgeschlagenen Näherung:

Bei ihm macht die Ersetzung des Nenners  $E - \overset{\circ}{H}$  in (9) durch  $E - \overset{\circ}{H} - \sum g_{cik}$  ( $g_{cik}$  = Diagonalteil von  $g_{ik}$ ) Schwierigkeiten: Diese ist allenfalls plausibel (als mittleres Potential für das  $i$ -te und  $k$ -te Nukleon). Das folgt ganz zwangsläufig, wenn man neben der Transformation  $F$  noch die Transformation  $\Omega_c$  mit  $\chi = \Omega_c \varphi$  und

$$\bar{g}_{ik} = g_{cik}, \left( \sum \overset{\circ}{H}_i - \overset{\circ}{E} \right) \varphi = 0 \quad (13)$$

untersucht: Die Zerlegung der Transformation  $\Omega$  von  $\varphi$  nach  $\psi$  (gemäß  $\psi = \Omega \varphi$ ) in zwei Schritte ( $\Omega = F \Omega_c$ ) führt dann zu der Gl. (9) [bzw. deren exakten Vorläufer (5)]. Da BRUECKNER seine Theorie mit der genäherten WATSONschen begründet hat<sup>3</sup>, hat er dieselbe Schwierigkeit. Diese ist jetzt durch die Betrachtung der exakten Transformation beseitigt.

Eine ausführliche Darstellung wird voraussichtlich an anderer Stelle erscheinen.

Für zahlreiche Diskussionen habe ich den Herren Dr. GRAWERT, Dr. KLOSE und insbesondere Herrn Dr. ROLLNIK zu danken.

<sup>2</sup> N. C. FRANCIS, K. M. WATSON, Phys. Rev. **92**, 291 [1953], s. auch: K. M. WATSON, Phys. Rev. **103**, 489 [1956], wo in Abschnitt V eine etwas strengere Form der Streutheorie steht.

<sup>3</sup> K. A. BRUECKNER, C. A. LEVINSON u. H. M. MAHMOUD, Phys. Rev. **95**, 217 [1954].

## BESPRECHUNGEN

**Lineare Operatoren im Hilbertschen Raum.** Von WERNER SCHMEIDLER. B. G. Teubner, Verlagsgesellschaft, Stuttgart 1954. VI, 89 S.; Preis kart. DM 7.80.

Die Theorie der Linearen Räume gehört zu den wichtigsten Bauten, die die Mathematik unseres Jahrhunderts errichtet hat: Sie ist ebenso aus geradliniger Fortsetzung der Koordinatengeometrie aus niedrigen Dimensionen in abzählbar hohe Dimension entstanden, wie sie aus den großen physikalischen Problemstellungen der Atomtheorie heraus heute unentbehrliches Rüstzeug geworden ist. Sie bietet die sachgemäße Auffassung vieler Gegenstände der modernen Analysis, insbesondere der Integralgleichungen, der Lehre von den Darstellungen „willkürlicher“ Funktionen durch Orthogonalentwicklungen, die der klassischen wie der modernen mathematischen Physik eigentümliche Hilfsmittel geben.

Der Verf., der jetzt die weitverbreiteten Bücher RUDOLF ROTHES neu herausgibt, hat, etwa in den Umfang dieser klassischen Darstellungen eingepaßt, eine knappe aber zugängliche Darstellung für dieses Gebiet geschrieben, das in dem Werk ROTHES bislang nicht berücksichtigt war. Diese in sich abgeschlossene Schrift wird für viele wertvoll sein, welche den mathematischen Rückhalt zu neueren physikalischen Theorien zu sichern wünschen. Es entspricht der Sache, wenn der Gegenstand abstrakter eingeführt und aufgebaut wird, doch bleibt die Durchführung stets lebendig; sie beleuchtet von der Höhe einer geordneten Theorie hinab eine weite Landschaft, die dem Blicke zahlreiche Anwendungen darbietet, und läßt sie aus der gewonnenen Übersicht verständlich werden. E. ULLRICH, Gießen

**Praktische Physik, Bd. 2, F. KOHLRAUSCH.** Herausgegeben von H. EBERT und E. JUSTI. 20. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart 1956.

Nach dem Erscheinen des 2. Bandes der 20. Auflage liegt die „Praktische Physik“ völlig Neubearbeitet als Gesamtwerk vor. In mühevoller Kleinarbeit ist es den Herausgebern und ihren 6 mitverantwortlichen Redakteuren gelungen, die alte Tradition des „KOHLRAUSCH“ als Standardwerk der modernen Experimentierkunst zu festigen. Infolge der immer stärkeren Spezialisierung innerhalb der Physik war es dazu notwendig, für den 2. Band die Zahl der qualifizierten Mitarbeiter auf 38 zu erhöhen. Daß diese vielen Einzelartikel sich zu einer homogenen Gesamtdarstellung vereinen und die Aufteilung der Bearbeitung für das Ganze nur Vorteile und keine Nachteile bringt, verdient uneingeschränkte Anerkennung.

Die sachliche Gliederung der einzelnen Stoffgebiete ist übersichtlich und klar. Modernste Meßmethoden der Kern- und Quantenphysik werden ebenso ausführlich beschrieben wie die klassischen Verfahren zur Bestimmung von Induktivitäten, Kapazitäten und elektrischen Widerständen. Auch die außergewöhnliche Entwicklung der Wechselstrommeßtechnik und des Magnetismus findet ihren Niederschlag. In weiteren Hauptkapiteln werden meßtechnische Probleme der Elektronen-, Ionen- und RÖNTGEN-Physik behandelt. Sehr zu begrüßen ist die Zusammenstellung mathematischer Näherungsmethoden und Formeln am Schluß des Buches sowie die Vermehrung des Tabellenanhangs um über 50% gegenüber den älteren Auflagen. Die gute äußere Ausstattung durch den Verlag gibt einen ge-